静电场中的电介质

1. 介质中的高斯定理：$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum_{(S内)} q_{0i}$，积分$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$的结果只与高斯面内包围的自由电荷有关；但空间电位移矢量$\vec{D}$的分布与整个空间中的自由电荷有关。

（A）高斯面内不包围自由电荷，但高斯面外有自由电荷时，高斯面上各点电位移矢量$\vec{D}$不一定都为零。

（B）高斯面的$\vec{D}$通量$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}$仅与面内自由电荷有关。

（C）高斯面上处处$\vec{D}$为零，则$\vec{D}$的通量$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S}=0$，说明高斯面内自由电荷代数和为零。　**本题选（B）**

2. 导体表面附近的电位移矢量：$D_{表}=\sigma_0$，其中σ_0为导体表面自由电荷面密度，则导体表面附近的电场强度：

$E_{表}=\dfrac{D_{表}}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_r\varepsilon_0}$；本题中导体球表面附近的场强为$E$，则**球面上自由电荷面密度为：**$\sigma_0=\varepsilon_r\varepsilon_0 E$.　**选（A）**

3. 高斯定理始终成立，$\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S}=\dfrac{1}{\varepsilon_0}\sum_{(S内)} q_i$，但由于空间电介质分布不对称，使得空间电场强度非对称分布，即在图中闭合球面S上各点场强E大小不等，所以不能由高斯定理求出闭合球面S上各点场强。　**本题选（B）**

4. 有电介质存在时，电介质发生极化，端面出现极化电荷（亦称束缚电荷），空间**总电场强度$\vec{E}$是由自由电荷与束缚电荷共同产生的。**　**本题选（C）**

5. 因为平行板电容器始终与电源相连，所以电容器两板的电压U_0不变。

当两板间为真空时，$U_0=E_0 d$ $\Rightarrow$ 电场强度大小：$E_0=\dfrac{U_0}{d}$，$\Rightarrow$ 电位移：$D_0=\varepsilon_r\varepsilon_0 E_0=\varepsilon_0\dfrac{U_0}{d}$；（真空$\varepsilon_r=1$）

当两板间充满电介质时，电介质中场强均匀分布，且电压不变，$U_0=Ed$ $\Rightarrow$ **电场强度大小：**$E=\dfrac{U_0}{d}=E_0$，

电位移：$D=\varepsilon_r\varepsilon_0 E=\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{U_0}{d}=\varepsilon_r\varepsilon_0 E_0=\varepsilon_r D_0$.

6. 平行板电容器充电后，相邻两表面带等量异号电荷，设电荷面密度分别为$+\sigma_0$和$-\sigma_0$，则两板之间电位移矢量$D=\sigma_0$，又两板之间为真空，$\varepsilon_r=1$，则两板之间场强为：$E=\dfrac{D}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$；

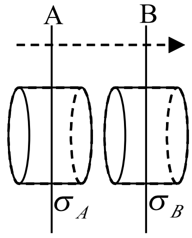
充电后断开电源，两板上电荷电量保持不变，仍分别为$+\sigma_0$和$-\sigma_0$，此时，插入金属板，则金属板上表面感应出面密度为$-\sigma_0$的负电荷，下表面感应出面密度为$+\sigma_0$的正电荷，金属板内场强处处为零。

金属板上方和下方区域中电位移矢量$D=\sigma_0$不变，则电场强度$E=\dfrac{D}{\varepsilon_r\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$也不变；且**与金属板位置无关。**

7.（1）充满电介质的平行板电容器中电场均匀分布，设电介质中的电场强度大小为E，由于电容器始终与电源相连，即$U_0=Ed$ $\Rightarrow$ **电介质中的电场强度大小为：**$E=\dfrac{U_0}{d}$ $\Rightarrow$ **电位移矢量：**$D=\varepsilon_r\varepsilon_0 E=\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{U_0}{d}$.

8. 设水平向右为x轴正方向，电介质内部三个区域中的电场强度分别为：$E_{\mathrm{I}}=-\dfrac{E_0}{3}$，$E_{\mathrm{II}}=-E_0$，$E_{\mathrm{III}}=\dfrac{E_0}{3}$；

相应的电位移矢量为：$D_{\mathrm{I}}=\varepsilon_r\varepsilon_0E_{\mathrm{I}}=-\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{E_0}{3}$，$D_{\mathrm{II}}=-\varepsilon_r\varepsilon_0E_0$，$D_{\mathrm{III}}=\varepsilon_r\varepsilon_0\dfrac{E_0}{3}$；



（第 8 题图）

在区域 I 和 II 中作一底面积为 ΔS 的圆柱面，侧面垂直于 A 平板，如图，由 $\vec{D}$ 的高斯定理：

$$\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sigma_A\Delta S \quad\Rightarrow\quad -D_{\mathrm{I}}\cdot\Delta S+D_{\mathrm{II}}\cdot\Delta S=\sigma_A\Delta S,$$

$$\Rightarrow\quad \varepsilon_r\varepsilon_0\frac{E_0}{3}\cdot\Delta S-\varepsilon_r\varepsilon_0E_0\cdot\Delta S=\sigma_A\Delta S \quad\Rightarrow\quad \text{A 平板电荷面密度：}\sigma_A=-\frac{2}{3}\varepsilon_r\varepsilon_0E_0;$$

同理，在区域 II 和 III 中作一底面积为 ΔS 的圆柱面，侧面垂直于 B 平板，如图，由 $\vec{D}$ 的高斯定理：

$$\oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sigma_B\Delta S \quad\Rightarrow\quad -D_{\mathrm{II}}\cdot\Delta S+D_{\mathrm{III}}\cdot\Delta S=\sigma_B\Delta S,$$

$$\Rightarrow\quad \varepsilon_r\varepsilon_0E_0\cdot\Delta S+\varepsilon_r\varepsilon_0\frac{E_0}{3}\cdot\Delta S=\sigma_B\Delta S \quad\Rightarrow\quad \text{B 平板电荷面密度：}\sigma_B=\frac{4}{3}\varepsilon_r\varepsilon_0E_0.$$

9. 设半径为 R_1 的内导体单位长度的电量（电荷线密度）为 λ，则外导体在半径为 R_2 的内表面上感应出电荷线密度为 $-\lambda$ 的电荷。在介质中作一半径为 r，高为 h 的圆柱面作为高斯面，由 $\vec{D}$ 的高斯定理：

$$R_1<r<R_2,\quad \oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\lambda h \quad\Rightarrow\quad D\cdot 2\pi rh=\lambda h \quad\Rightarrow\quad D=\frac{\lambda}{2\pi r};$$

由 $D=\varepsilon_r\varepsilon_0E$ $\Rightarrow$ 电介质中的电场强度大小：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}$；

在 $R_1<r<R_2$ 介质范围中，$r=R_1$ 时，介质中场强最大：$E(R_1)=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0R_1}\le E_{\max}$，$\Rightarrow$ $\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\le E_{\max}\cdot R_1$；

电缆承受的电压：$U=\displaystyle\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}\le E_{\max}\cdot R_1\cdot\ln\frac{R_2}{R_1}$，

所以，**电缆能够承受的最高电压**：$U_{\max}=E_{\max}\cdot R_1\cdot\ln\dfrac{R_2}{R_1}=110\mathrm{V}$.

10. 设半径为 R_1 的内导体圆筒单位长度的电量（电荷线密度）为 λ，则外导体圆筒在半径为 R_2 的内表面上感应出电荷线密度为 $-\lambda$ 的电荷。在介质中作一半径为 r，高为 h 的圆柱面作为高斯面，由 $\vec{D}$ 的高斯定理：

$$R_1<r<R_2,\quad \oint_S\vec{D}\cdot d\vec{S}=\lambda h \quad\Rightarrow\quad D\cdot 2\pi rh=\lambda h \quad\Rightarrow\quad D=\frac{\lambda}{2\pi r};$$

由 $D=\varepsilon_r\varepsilon_0E$ $\Rightarrow$ 电介质中的电场强度大小：$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}$；

电缆承受的电压：$U_{12}=\displaystyle\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{1}{r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}=32\mathrm{V}$，

A 点的电场强度为：$E_A=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0R}=\dfrac{32\mathrm{V}}{R\cdot\ln\dfrac{R_2}{R_1}}=997.8\,\mathrm{V/m}$；

A 点与外圆筒的电势差为：$U_{A2}=\displaystyle\int_{R}^{R_2}\vec{E}\cdot d\vec{r}=\int_{R}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0 r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_r\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R}=\frac{32\mathrm{V}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}\ln\frac{R_2}{R}=12.5\mathrm{V}$.

